



M.01



Sejam x e y dois números reais, com $0 < x < \frac{\pi}{2}$ e

$$\frac{\pi}{2} < y < \pi, \text{ satisfazendo } \sin y = \frac{4}{5} \text{ e}$$

$$11 \sin x + 5 \cos(y - x) = 3.$$

Nessas condições, determine

- a) $\cos y$. b) $\sin 2x$.

Resolução

Sendo $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < y < \pi$ e $\sin y = \frac{4}{5}$, temos:

$$\text{a) } \cos^2 y = 1 - \sin^2 y = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos y = -\frac{3}{5}, \text{ pois } y \in 2^\circ \text{ quadrante}$$

$$\text{b) } 11 \cdot \sin x + 5 \cdot \cos(y - x) = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 11 \cdot \sin x + 5 \cdot (\cos y \cdot \cos x + \sin y \cdot \sin x) = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 11 \cdot \sin x + 5 \cdot \left[\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \cos x + \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \sin x \right] = 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos x = 5 \cdot \sin x - 1$$

Então:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow (5 \cdot \sin x - 1)^2 + \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 13 \cdot \sin^2 x - 5 \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{5}{13} \text{ (pois } \sin x \neq 0)$$

$$\text{e } \cos x = 5 \cdot \frac{5}{13} - 1 = \frac{12}{13}$$

Portanto:

$$\sin(2x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} = \frac{120}{169}$$

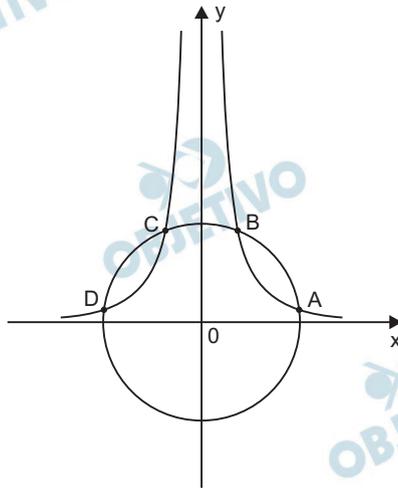
$$\text{Respostas: a) } -\frac{3}{5} \quad \text{b) } \frac{120}{169}$$

M.02



No sistema ortogonal de coordenadas cartesianas Oxy da figura, estão representados a circunferência de centro na

origem e raio 3, bem como o gráfico da função $y = \frac{\sqrt{8}}{|x|}$

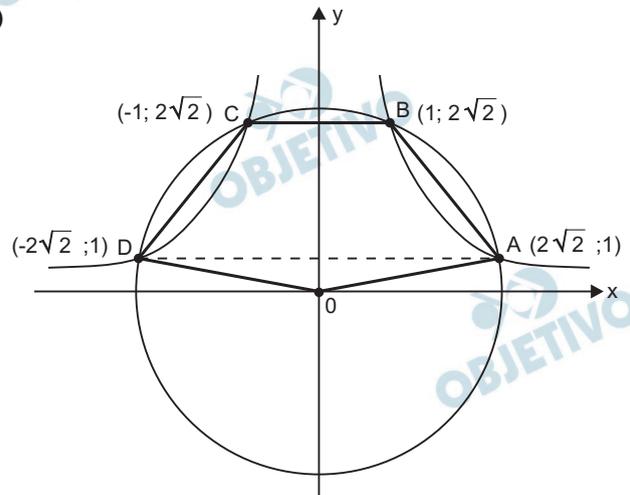


Nessas condições, determine

- as coordenadas dos pontos A, B, C, D de interseção da circunferência com o gráfico da função.
- a área do pentágono OABCD.

Resolução

a)



As coordenadas dos pontos A, B, C e D são as soluções do sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{\sqrt{8}}{|x|} \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{8}}{|x|} & \text{(I)} \\ x^2 + \left(\frac{\sqrt{8}}{|x|}\right)^2 = 9 & \text{(II)} \end{cases}$$

Da segunda equação, temos $x^2 + \frac{8}{x^2} = 9 \Leftrightarrow$

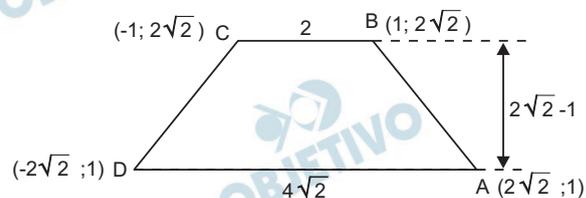
$$\Leftrightarrow x^4 - 9x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ ou } x = \pm 2\sqrt{2}$$

Satisfazendo a equação I, temos:

$$y = \frac{\sqrt{8}}{|\pm 1|} = 2\sqrt{2} \text{ ou } y = \frac{\sqrt{8}}{|\pm 2\sqrt{2}|} = 1$$

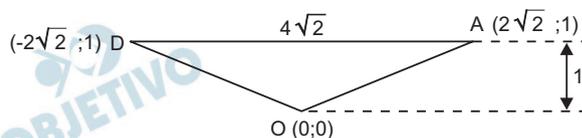
Desta forma, os pontos são $A(2\sqrt{2}; 1)$, $B(1; 2\sqrt{2})$, $C(-1; 2\sqrt{2})$ e $D(-2\sqrt{2}; 1)$

b)



A área do trapézio ABCD é

$$\frac{(4\sqrt{2} + 2) \cdot (2\sqrt{2} - 1)}{2} = 7$$



A área do triângulo OAD é $\frac{4\sqrt{2} \cdot 1}{2} = 2\sqrt{2}$

Desta forma, a área do pentágono OABCD é $7 + 2\sqrt{2}$, em unidades de área.

Respostas: a) $A(2\sqrt{2}; 1)$, $B(1; 2\sqrt{2})$, $C(-1; 2\sqrt{2})$ e

$D(-2\sqrt{2}; 1)$

b) $7 + 2\sqrt{2}$

M.03



Seja n um número inteiro, $n \geq 0$.

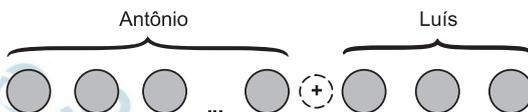
- Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.
- Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.
- Considere, agora, um número natural k tal que $0 \leq k \leq n$. Supondo que cada uma das distribuições do item b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a k .

Observação: Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

Resolução

- Repartir n bolas iguais entre Antônio e Luís é o mesmo que colocar um sinal de \oplus na sequência das n bolas.

Exemplo:

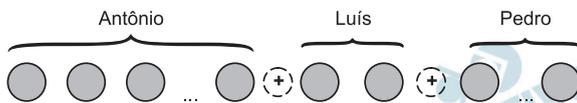


O número total de distribuições possíveis é, pois

$$P_{n+1}^n = \frac{(n+1)!}{n!} = n+1.$$

- Repartir n bolas iguais entre Antônio, Luís e Pedro é o mesmo que colocar dois sinais de \oplus na sequência das n bolas.

Exemplo:



O número total de distribuições possíveis é, pois

$$P_{n+2}^{n,2} = \frac{(n+2)!}{n! 2!} = \frac{(n+2)(n+1)}{2}$$

- O número total de distribuições possíveis é $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$, conforme o item (b). Deste total, o número de distribuições em que Pedro recebe pelo menos k bolas é igual ao número de maneiras de repartir $n-k$ bolas entre Pedro, Luís e Antônio. De modo, análogo ao item (b), o número de distribuições é

$$P_{n-k+2}^{n-k,2} = \frac{(n-k+2)!}{2! \cdot (n-k)!} = \frac{(n-k+2)(n-k+1)}{2}$$

A probabilidade pedida é, pois

$$\frac{\frac{(n-k+2)(n-k+1)}{2}}{\frac{(n+2)(n+1)}{2}} = \frac{(n-k+2)(n-k+1)}{(n+2)(n+1)}$$

Respostas: a) $n + 1$

b) $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

c) $\frac{(n-k+2)(n-k+1)}{(n+2)(n+1)}$

M.04



Dois planos π_1 e π_2 se interceptam ao longo de uma reta r , de maneira que o ângulo entre eles seja α radianos,

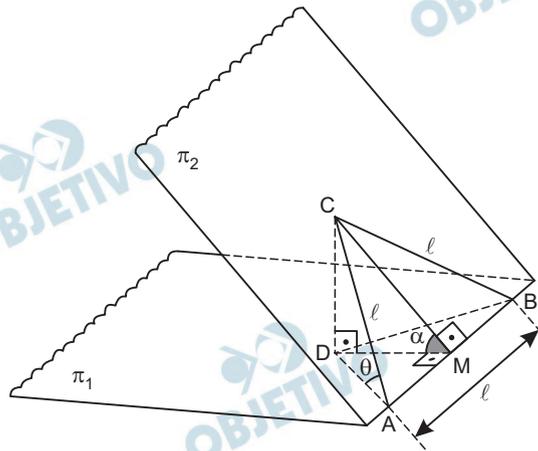
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Um triângulo equilátero ABC , de lado ℓ , está contido em π_2 , de modo que \overline{AB} esteja em r . Seja D a projeção ortogonal de C sobre o plano π_1 , e suponha que a medida θ , em radianos, do ângulo \widehat{CAD} , satisfaça

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Nessas condições, determine, em função de ℓ ,

- o valor de α .
- a área do triângulo ABD .
- o volume do tetraedro $ABCD$.

Resolução



- a) No triângulo ADC , retângulo em D , temos:

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{CD}{\ell} \Rightarrow CD = \frac{\ell\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Como } CM = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \text{ (altura do triângulo equilátero } ABC \text{) e o triângulo } CDM \text{ é retângulo em } D,$$

temos:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{CD}{CM} \Rightarrow \frac{\frac{\ell\sqrt{6}}{4}}{\frac{\ell\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}, \text{ pois } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

- b) Como $\alpha = \frac{\pi}{4}$ e \widehat{CDM} é reto, o triângulo CDM

é isósceles e, portanto, $DM = CD = \frac{\ell\sqrt{6}}{4}$

Assim, sendo S a área do triângulo ABD , temos:

$$S = \frac{AB \cdot DM}{2} = \frac{\ell \cdot \frac{\ell\sqrt{6}}{4}}{2} = \frac{\ell^2\sqrt{6}}{8}$$

c) Sendo V o volume do tetraedro $ABCD$, temos:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot CD = \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell^2\sqrt{6}}{8} \cdot \frac{\ell\sqrt{6}}{4} = \frac{\ell^3}{16}$$

Respostas: a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\ell^2\sqrt{6}}{8}$ c) $\frac{\ell^3}{16}$

M.05



Determine a solução (x, y) , $y > 1$, para o sistema de equações

$$\begin{cases} \log_y (9x - 35) = 6 \\ \log_{3y} (27x - 81) = 3 \end{cases}$$

Resolução

$$\begin{cases} \log_y (9x - 35) = 6 \\ \log_{3y} (27x - 81) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 35 = y^6 \\ 27(x - 3) = (3y)^3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 35 = (y^3)^2 \\ x - 3 = y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 35 = (x - 3)^2 \\ y^3 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 15x + 44 = 0 \\ y^3 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ ou } x = 11 \\ y^3 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 11 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ pois apenas}$$

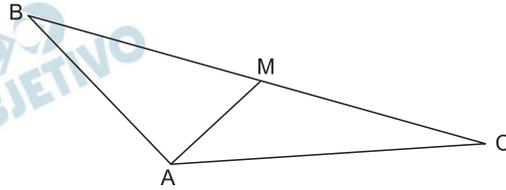
$x = 11$ e $y = 2$ satisfazem as condições de existência dos logaritmos.

Resposta: (11; 2)

M.06

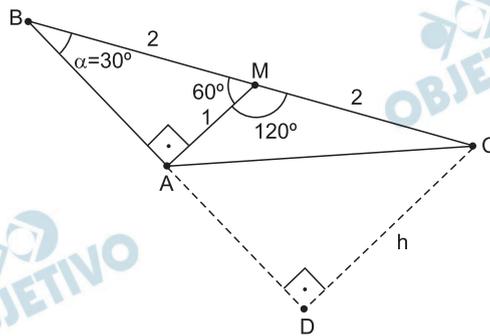


No triângulo ABC da figura, a mediana \overline{AM} , relativa ao lado \overline{BC} , é perpendicular ao lado \overline{AB} . Sabe-se também que $BC = 4$ e $AM = 1$. Se α é a medida do ângulo $\hat{A}BC$, determine



- $\text{sen } \alpha$.
- o comprimento AC.
- a altura do triângulo ABC relativa ao lado \overline{AB} .
- a área do triângulo AMC.

Resolução



- a) No triângulo BAM, retângulo em A, tem-se:

$$\text{sen } \alpha = \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

- b) No triângulo AMC tem-se, pela lei dos cossenos:

$$AC^2 = AM^2 + MC^2 - 2 \cdot AM \cdot MC \cdot \cos 120^\circ$$

$$AC^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow AC = \sqrt{7}$$

- c) Pela semelhança dos triângulos BAM e BDC, tem-se:

$$\frac{h}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow h = 2$$

- d) A área do triângulo AMC é

$$\frac{1}{2} \cdot AM \cdot MC \cdot \text{sen } 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Respostas: a) 30° b) $\sqrt{7}$ c) 2 d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Segundo uma obra de ficção, o Centro Europeu de Pesquisas Nucleares, CERN, teria recentemente produzido vários gramas de antimatéria. Sabe-se que, na reação de antimatéria com igual quantidade de matéria normal, a massa total m é transformada em energia E , de acordo com a equação $E = mc^2$, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

- Com base nessas informações, quantos joules de energia seriam produzidos pela reação 1g de antimatéria com 1 g de matéria?
- Supondo que a reação matéria-antimatéria ocorra numa fração de segundo (explosão), a quantas “Little Boy” (a bomba nuclear lançada em Hiroshima, em 6 de agosto de 1945) corresponde a energia produzida nas condições do item a)?
- Se a reação matéria-antimatéria pudesse ser controlada e a energia produzida na situação descrita em a) fosse totalmente convertida em energia elétrica, por quantos meses essa energia poderia suprir as necessidades de uma pequena cidade que utiliza, em média, 9 MW de potência elétrica?

NOTE E ADOTE:

$$1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W.}$$

A explosão de “Little Boy” produziu $60 \times 10^{12} \text{ J}$ (15 quilotons).

$$1 \text{ mês} \cong 2,5 \times 10^6 \text{ s.}$$

velocidade da luz no vácuo, $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s.}$

Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.

Resolução

$$\begin{aligned} \text{a) } m &= 2\text{g} = 2 \cdot 10^{-3}\text{kg} \\ c &= 3,0 \cdot 10^8\text{m/s} \\ E &= m c^2 \\ E &= 2 \cdot 10^{-3} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2 \text{ J} \end{aligned}$$

$$E = 1,8 \cdot 10^{14}\text{J}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 \text{ “Little Boy”} &\longrightarrow 60 \cdot 10^{12} \text{ J} \\ n &\longleftarrow 180 \cdot 10^{12} \text{ J} \\ n &= \frac{180 \cdot 10^{12}}{60 \cdot 10^{12}} \text{ “Little Boys”} \end{aligned}$$

$$n = 3 \text{ “Little Boys”}$$

- Potência utilizada na pequena cidade:
 $P = 9\text{MW} = 9 \cdot 10^6\text{W}$
 Energia produzida na interação matéria-antimatéria:
 $E = 1,8 \cdot 10^{14}\text{J}$
 Sendo

$$E = P \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{E}{P}$$

$$\Delta t = \frac{1,8 \cdot 10^{14} \text{ J}}{9 \cdot 10^6 \text{ W}} \Rightarrow \Delta t = 2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Calculando o tempo em meses:

$$1 \text{ mês} \longrightarrow 2,5 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$x \longleftarrow 2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$x = \frac{2 \cdot 10^7}{2,5 \cdot 10^6} \text{ meses} = \frac{20 \cdot 10^6}{2,5 \cdot 10^6} \text{ meses}$$

$$x = 8 \text{ meses}$$

Respostas: a) $1,8 \cdot 10^{14} \text{ J}$

b) 3 "Little Boys"

c) 8 meses

F.02



Uma pessoa pendurou um fio de prumo no interior de um vagão de trem e percebeu, quando o trem partiu do repouso, que o fio se inclinou em relação à vertical. Com auxílio de um transferidor, a pessoa determinou que o ângulo máximo de inclinação, na partida do trem, foi 14° . Nessas condições,

- represente, na figura da página de resposta, as forças que agem na massa presa ao fio.
- indique, na figura da página de resposta, o sentido de movimento do trem.
- determine a aceleração máxima do trem.

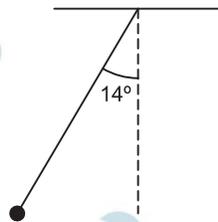
NOTE E ADOTE:

$$\text{tg } 14^\circ = 0,25.$$

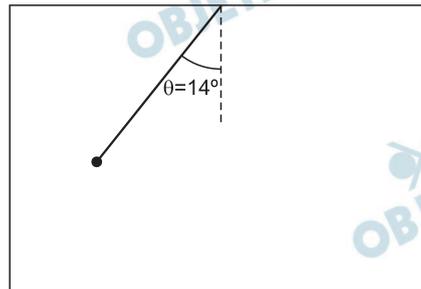
aceleração da gravidade na Terra, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Verifique se o diagrama foi impresso no espaço reservado para resposta.

Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.



Resolução

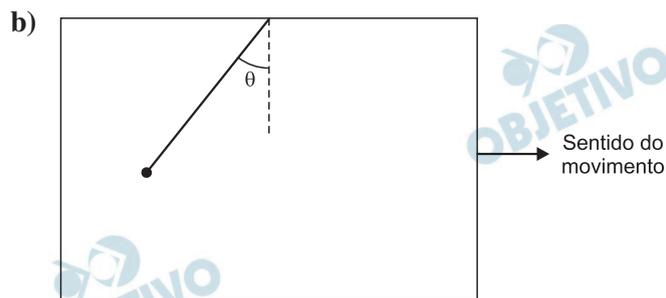


a)

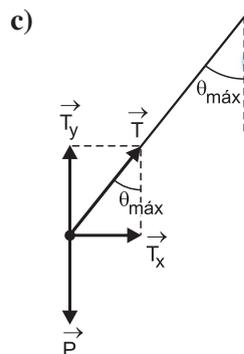


\vec{T} : força aplicada pelo fio

\vec{P} : força peso aplicada pela Terra



Se o pêndulo se inclina para a esquerda, a aceleração é dirigida para a direita e, como o trem parte do repouso, o sentido do movimento é para a direita (oposto ao do deslocamento do fio).



1) $T_y = P = m g$

2) 2ª Lei de Newton: $T_x = m a_{\text{máx}}$

3) Da figura:

$$\text{tg}\theta_{\text{máx}} = \frac{T_x}{T_y} = \frac{m a_{\text{máx}}}{m g}$$

$$a_{\text{máx}} = g \text{tg}\theta_{\text{máx}}$$

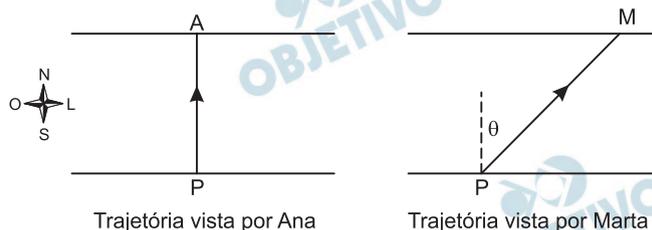
$$a_{\text{máx}} = 10 \cdot 0,25 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_{\text{máx}} = 2,5\text{m/s}^2$$

F.03



Pedro atravessa a nado, com velocidade constante, um rio de 60 m de largura e margens paralelas, em 2 minutos. Ana, que boia no rio e está parada em relação à água, observa Pedro, nadando no sentido sul-norte, em uma trajetória retilínea, perpendicular às margens. Marta, sentada na margem do rio, vê que Pedro se move no sentido sudoeste-nordeste, em uma trajetória que forma um ângulo θ com a linha perpendicular às margens. As trajetórias, como observadas por Ana e por Marta, estão indicadas nas figuras abaixo, respectivamente por PA e PM.



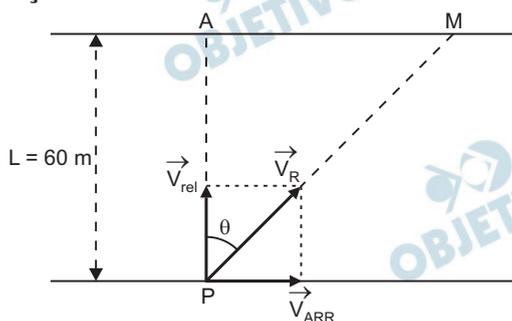
Se o ângulo θ for tal que $\cos \theta = 3/5$ ($\sin \theta = 4/5$), qual o valor do módulo da velocidade

- de Pedro em relação à água?
- de Pedro em relação à margem?
- da água em relação à margem?

NOTE:

Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.

Resolução



- A velocidade de Pedro, em relação à água, tem módulo dado por:

$$V_{\text{rel}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{60\text{m}}{120\text{s}} \Rightarrow V_{\text{rel}} = 0,50\text{m/s}$$

- A velocidade de Pedro, em relação à margem, é a soma vetorial da velocidade relativa com a velocidade de arrastamento da correnteza.

Da figura, temos: $\cos \theta = \frac{|\vec{V}_{\text{rel}}|}{|\vec{V}_{\text{R}}|}$

$$\frac{3}{5} = \frac{0,50}{|\vec{V}_{\text{R}}|} \Rightarrow |\vec{V}_{\text{R}}| = \frac{2,5}{3}\text{m/s}$$

$$|\vec{V}_{\text{R}}| \cong 0,83\text{m/s}$$

c) Da figura: $\text{tg } \theta = \frac{|\vec{V}_{ARR}|}{|\vec{V}_{rel}|}$

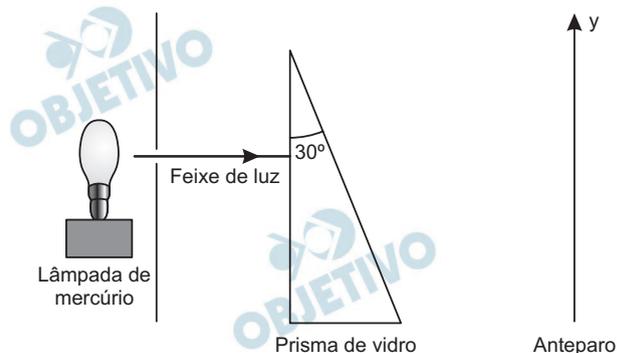
$$\frac{4}{3} = \frac{|\vec{V}_{ARR}|}{0,50} \Rightarrow |\vec{V}_{ARR}| \cong 0,67\text{m/s}$$

Respostas: a) 0,50m/s b) 0,83m/s c) 0,67m/s

F.04



Luz proveniente de uma lâmpada de vapor de mercúrio incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma de vidro de ângulos 30° , 60° e 90° , imerso no ar, como mostra a figura abaixo.



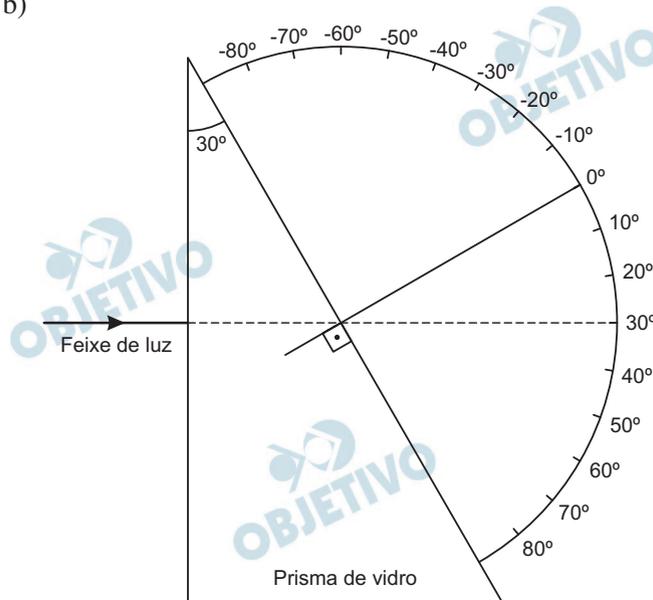
A radiação atravessa o vidro e atinge um anteparo. Devido ao fenômeno de refração, o prisma separa as diferentes cores que compõem a luz da lâmpada de mercúrio e observam-se, no anteparo, linhas de cor violeta, azul, verde e amarela. Os valores do índice de refração n do vidro para as diferentes cores estão dados adiante.

- Calcule o desvio angular α , **em relação à direção de incidência**, do raio de cor violeta que sai do prisma.
- Desenhe, na figura da página de respostas, o raio de cor violeta que sai do prisma.
- Indique, na representação do anteparo na folha de respostas, a correspondência entre as posições das linhas L1, L2, L3 e L4 e as cores do espectro do mercúrio.

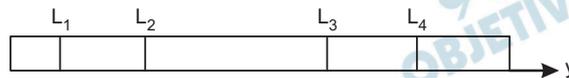
NOTE E ADOTE:			
θ (graus)	$\text{sen } \theta$	Cor	n (vidro)
60	0,866	violeta	1,532
50	0,766	azul	1,528
40	0,643	verde	1,519
30	0,500	amarelo	1,515
lei de Snell: $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$		$n = 1$ para qualquer comprimento de onda no ar.	
Verifique se a figura foi impressa no espaço reservado para resposta. Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.			



b)

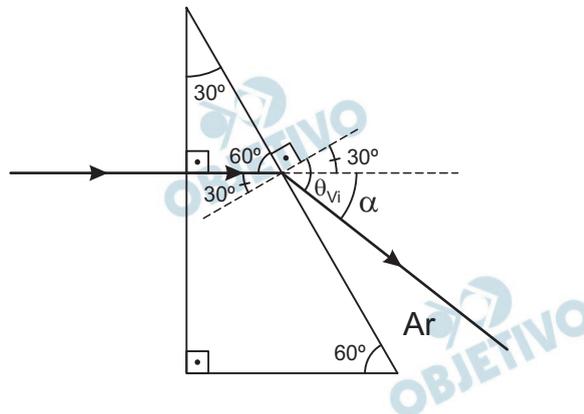


c)



Resolução

- a) Aplicando-se a Lei de Snell, é possível calcular o ângulo θ_{vi} de emergência com que a luz violeta sai do prisma.



$$n_{ar} \cdot \text{sen } \theta_{vi} = n \cdot \text{sen } 30^\circ$$

Da tabela, obtém-se para a luz violeta $n = 1,532$.

Considerando-se $n_{ar} = 1,000$, vem:

$$1,000 \cdot \text{sen } \theta_{vi} = 1,532 \cdot 0,5$$

Da qual: $\text{sen } \theta_{vi} = 0,766$

Consultando-se a tabela de ângulos e respectivos senos, obtém-se:

$$\theta_{vi} = 50^\circ$$

O desvio do raio violeta é caracterizado pelo ângulo α indicado na figura.

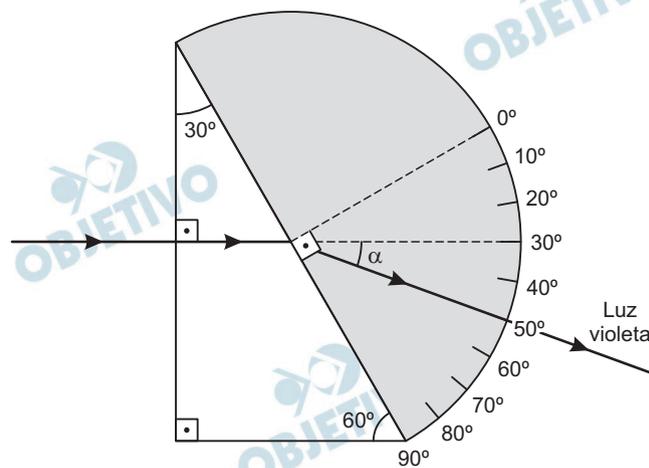
O valor de α fica determinado fazendo-se:

$$\alpha = \theta_{vi} - 30^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ - 30^\circ$$

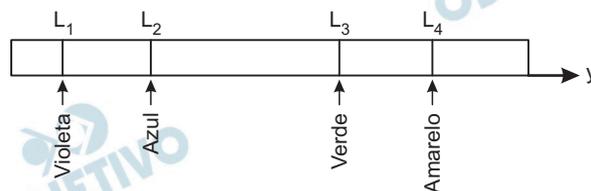
$$\alpha = 20^\circ$$

- b) Levando-se em conta as conclusões obtidas no

item a, temos a seguinte representação para o raio luminoso violeta.



- c) A correspondência entre as posições L_1 , L_2 , L_3 e L_4 e as cores emergentes do prisma está estabelecida na figura adiante.



Respostas: a) $\alpha = 20^\circ$

b) ver esquema

c) $L_1 \rightarrow$ Violeta

$L_2 \rightarrow$ Azul

$L_3 \rightarrow$ Verde

$L_4 \rightarrow$ Amarelo



Um balão de ar quente é constituído de um envelope (parte inflável), cesta para três passageiros, queimador e tanque de gás. A massa total do balão, com três passageiros e com o envelope vazio, é de 400 kg. O envelope totalmente inflado tem um volume de 1500 m³.

- Que massa de ar M_1 caberia no interior do envelope, se totalmente inflado, com pressão igual à pressão atmosférica local (P_{atm}) e temperatura $T=27^\circ\text{C}$?
- Qual a massa total de ar M_2 , no interior do envelope, após este ser totalmente inflado com ar quente a uma temperatura de 127°C e pressão P_{atm} ?
- Qual a aceleração do balão, com os passageiros, ao ser lançado nas condições dadas no item b) quando a temperatura externa é $T = 27^\circ\text{C}$?

NOTE E ADOTE:

Densidade do ar a 27°C e à pressão atmosférica local = $1,2 \text{ kg/m}^3$.

Aceleração da gravidade na Terra, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Considere todas as operações realizadas ao nível do mar.

Despreze o empuxo acarretado pelas partes sólidas do balão.

$$T (\text{K}) = T (^\circ\text{C}) + 273$$

Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.

Resolução

- a) Usando-se a equação da densidade volumétrica, temos:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Assim:

$$1,2 = \frac{M_1}{1500} \Rightarrow \boxed{M_1 = 1800 \text{ kg}}$$

- b) Da Equação de Clapeyron, vem:

$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$\frac{pVM}{R} = mT = \text{constante}$$

Assim:

$$M_1 T_1 = M_2 T_2$$

$$1800 \cdot (27 + 273) = M_2 (127 + 273)$$

$$\frac{1800 \cdot 300}{400} = M_2$$

$$\boxed{M_2 = 1350 \text{ kg}}$$

- c) Nas condições do item b), temos:

$$E - P = m a$$

$$\mu_{\text{ar}} g V - mg = ma$$

$$1,2 \cdot 10 \cdot 1500 - (1350 + 400) \cdot 10 = (1350 + 400) \cdot a$$

$$18000 - 17500 = 1750 \cdot a$$

$$500 = 1750 \cdot a$$

$$a \cong 0,29 \text{ m/s}^2$$

Respostas: a) 1800 kg

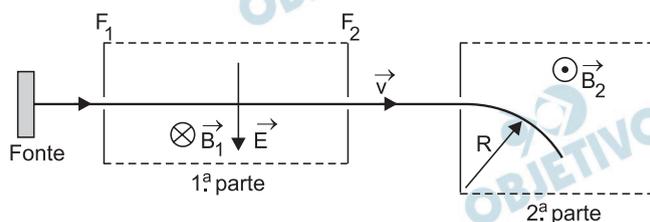
b) 1350 kg

c) $\cong 0,29 \text{ m/s}^2$

F.06



A figura abaixo mostra o esquema de um instrumento (espectrômetro de massa), constituído de duas partes. Na primeira parte, há um campo elétrico \vec{E} , paralelo a esta folha de papel, apontando para baixo, e também um campo magnético \vec{B}_1 perpendicular a esta folha, entrando nela. Na segunda, há um campo magnético \vec{B}_2 , de mesma direção que \vec{B}_1 , mas em sentido oposto. Íons positivos, provenientes de uma fonte, penetram na primeira parte e, devido ao par de fendas F_1 e F_2 , apenas partículas com velocidade \vec{v} , na direção perpendicular aos vetores \vec{E} e \vec{B}_1 , atingem a segunda parte do equipamento, onde os íons de massa m e carga q têm uma trajetória circular com raio R .



- Obtenha a expressão do módulo da velocidade \vec{v} em função de E e de B_1 .
- Determine a razão m/q dos íons em função dos parâmetros E , B_1 , B_2 e R .
- Determine, em função de R , o raio R' da trajetória circular dos íons, quando o campo magnético, na segunda parte do equipamento, dobra de intensidade, mantidas as demais condições.

NOTE E ADOTE:

$$F_{\text{elétrica}} = q E \text{ (na direção do campo elétrico).}$$

$$F_{\text{magnética}} = q v B \sin \theta \text{ (na direção perpendicular a } \vec{v} \text{ e a } \vec{B}; \theta \text{ é o ângulo formado por } \vec{v} \text{ e } \vec{B}\text{).}$$

Indique a resolução da questão. Não é suficiente apenas escrever as respostas.

Resolução

- a) Para que o íon não sofra desvio, ao atravessar a 1ª parte, as forças elétrica e magnética devem equilibrar-se. Assim, vem:

$$F_{\text{elétrica}} = F_{\text{magnética}}$$

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B_1$$

$$v = \frac{E}{B_1}$$

- b) Na 2ª parte, a força magnética atua como força centrípeta:

$$F_{\text{magnética}} = F_{\text{centrípeta}}$$

$$q \cdot v \cdot B_2 = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$q \cdot B_2 \cdot R = m \cdot v$$

$$\frac{m}{q} = \frac{B_2 \cdot R}{v}$$

$$\frac{m}{q} = \frac{B_2 \cdot R}{\frac{E}{B_1}}$$

$$\frac{m}{q} = \frac{B_1 \cdot B_2 \cdot R}{E}$$

c) Da equação obtida no item b), vem:

$$R = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot B_2} \quad \textcircled{1}$$

Dobrando-se a intensidade do campo magnético B_2 , o raio da trajetória passa a ser R' , dado por:

$$R' = \frac{m \cdot E}{q \cdot B_1 \cdot 2B_2} \quad \textcircled{2}$$

De $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$, vem: $R' = \frac{R}{2}$

Respostas: a) $v = \frac{E}{B_1}$

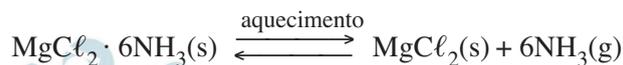
b) $\frac{m}{q} = \frac{B_1 \cdot B_2 \cdot R}{E}$

c) $R' = \frac{R}{2}$

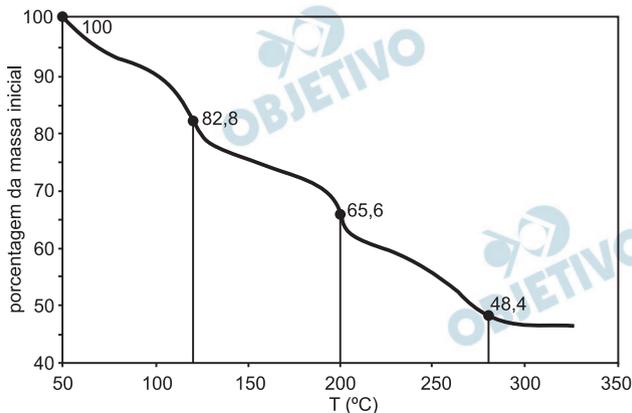
Q.01



O sólido $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$ pode decompor-se, reversivelmente, em cloreto de magnésio e amônia. A equação química que representa esse processo é:



Ao ser submetido a um aquecimento lento, e sob uma corrente de nitrogênio gasoso, o sólido $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$ perde massa, gradativamente, como representado no gráfico:



As linhas verticais, mostradas no gráfico, delimitam as três etapas em que o processo de decomposição pode ser dividido.

- Calcule a perda de massa, por mol de $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$, em cada uma das três etapas.
- Com base nos resultados do item anterior, escreva uma equação química para cada etapa de aquecimento. Cada uma dessas equações deverá representar a transformação que ocorre na etapa escolhida.

Etapa 1	
Etapa 2	
Etapa 3	

- No processo descrito, além do aquecimento, que outro fator facilita a decomposição do $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$? Explique.

Dados: massa molar (g/mol): $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$ 197
 NH_3 17,0

Resolução

- Etapa 1:** a diferença $100\text{g} - 82,8\text{g} = 17,2\text{g}$ corresponde ao desprendimento do NH_3 :

$$\begin{array}{ccc} \text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3 & \text{NH}_3 & \\ 100\text{g} & \text{-----} & 17,2\text{g} \\ 197\text{g} & \text{-----} & x \\ \therefore x = 33,88\text{g} & & \end{array}$$

aproximadamente 34g de NH_3 , que correspondem a 2 mol de NH_3 .

Etapa 2: a diferença $82,8\text{g} - 65,6\text{g} = 17,2\text{g}$ corresponde ao desprendimento do NH_3 , que é igual

ao da etapa 1, portanto, teremos 2 mol de NH_3 liberado (34g de NH_3).

Etapa 3: a diferença $65,6\text{g} - 48,4\text{g} = 17,2\text{g}$ corresponde ao desprendimento do NH_3 , que é igual ao da etapa 1 e da etapa 2, portanto, teremos 2 mol de NH_3 liberado (34g de NH_3).

b)

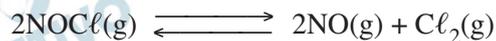
Etapa 1	$\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3(\text{s}) \xrightleftharpoons{\Delta} \text{MgCl}_2 \cdot 4\text{NH}_3(\text{s}) + 2\text{NH}_3(\text{g})$
Etapa 2	$\text{MgCl}_2 \cdot 4\text{NH}_3(\text{s}) \xrightleftharpoons{\Delta} \text{MgCl}_2 \cdot 2\text{NH}_3(\text{s}) + 2\text{NH}_3(\text{g})$
Etapa 3	$\text{MgCl}_2 \cdot 2\text{NH}_3(\text{s}) \xrightleftharpoons{\Delta} \text{MgCl}_2(\text{s}) + 2\text{NH}_3(\text{g})$

c) A corrente de N_2 arrasta o NH_3 , retirando-o do sistema em equilíbrio. Pelo Princípio de Le Chatelier, como a concentração de NH_3 é diminuída, o equilíbrio é deslocado no sentido de formação do NH_3 , facilitando, assim, a decomposição do $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{NH}_3$.

Q.02



Cloreto de nitrosila puro (NOCl) foi aquecido a 240°C em um recipiente fechado. No equilíbrio, a pressão total foi de 1,000 atm e a pressão parcial do NOCl foi de 0,640 atm. A equação abaixo representa o equilíbrio do sistema:



- Calcule as pressões parciais do NO e do Cl_2 no equilíbrio.
- Calcule a constante do equilíbrio.

Resolução

A pressão parcial de um gás numa mistura é diretamente proporcional à quantidade de matéria do gás na mistura.

$$P_x = kn_x$$

		$2\text{NOCl}(\text{g})$	\rightleftharpoons	$2\text{NO}(\text{g})$	$+$	$\text{Cl}_2(\text{g})$
início	y			0		0
reage e forma	x		\longrightarrow	2x		x
equilíbrio	0,640 atm			2x		x

$$P_{\text{NOCl}} + P_{\text{NO}} + P_{\text{Cl}_2} = P_{\text{total}}$$

$$0,640 + 2x + x = 1,000$$

$$3x = 0,360$$

$$x = 0,120 \text{ atm}$$

$$\text{a) } P_{\text{NO}} = 2x = 2 \cdot 0,120 \text{ atm} = 0,240 \text{ atm}$$

$$P_{\text{Cl}_2} = x = 0,120 \text{ atm}$$

$$\text{b) } K_p = \frac{(P_{\text{NO}})^2 \cdot P_{\text{Cl}_2}}{(P_{\text{NOCl}})^2}$$

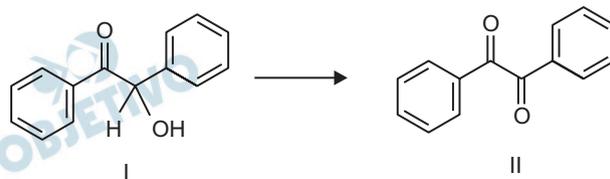
$$K_p = \frac{(0,240)^2 \cdot 0,120}{(0,640)^2} = 0,016875$$

$$K_p = 0,017 \text{ atm}$$

Q.03



A hidroxiketona (I) pode ser oxidada à dicetona (II), pela ação de ácido nítrico concentrado, com formação do gás N_2O_4 .



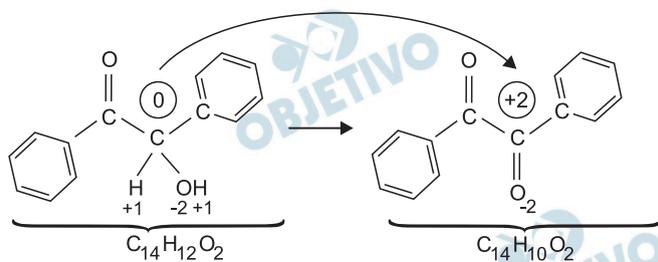
Utilizando fórmulas moleculares,

- escreva a equação química balanceada que representa a semirreação de oxidação da hidroxiketona (I).
- escreva a equação química balanceada que representa a semirreação de redução do íon nitrato.
- com base nas semirreações dos itens a) e b), escreva a equação química global balanceada que representa a transformação de (I) em (II) e do íon nitrato em N_2O_4 .

Resolução

- Equação balanceada da semirreação de oxidação da hidroxiketona.**

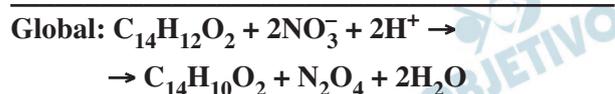
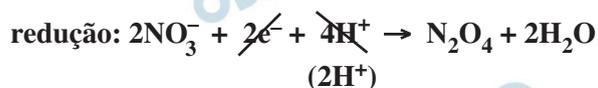
O Nox do carbono da hidroxila do composto (I) vale zero, enquanto o Nox do carbono da cetona do composto (II) vale + 2. Desta forma, houve um aumento do Nox (oxidação: perda de dois elétrons).



- Equação balanceada da semirreação de redução do íon nitrato.**



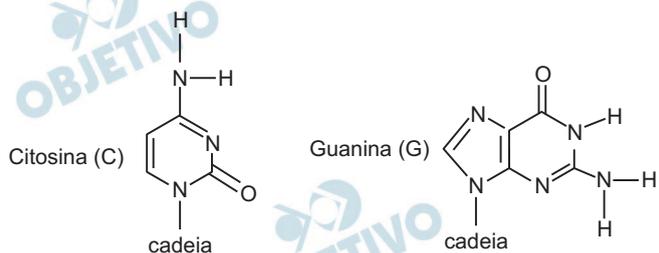
- Equação química global balanceada da transformação citada:**



Q.04



Na dupla hélice do DNA, as duas cadeias de nucleotídeos são mantidas unidas por ligações de hidrogênio entre as bases nitrogenadas de cada cadeia. Duas dessas bases são a citosina (C) e a guanina (G).

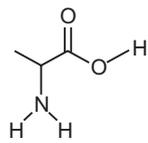


- a) Mostre a fórmula estrutural do par C-G, indicando claramente as ligações de hidrogênio que nele existem.

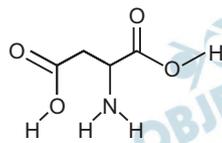
No nosso organismo, a síntese das proteínas é comandada pelo RNA mensageiro, em cuja estrutura estão presentes as bases uracila (U), citosina (C), adenina (A) e guanina (G). A ordem em que aminoácidos se ligam para formar uma proteína é definida por tríades de bases, presentes no RNA mensageiro, cada uma correspondendo a um determinado aminoácido. Algumas dessas tríades, com os aminoácidos correspondentes, estão representadas na tabela da folha de respostas. Assim, por exemplo, a tríade GUU corresponde ao aminoácido valina.

Letra da esquerda	Letra do meio	Letra da direita
G	U	U

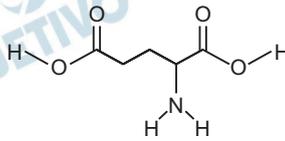
- b) Com base na tabela da folha de respostas e na estrutura dos aminoácidos aqui apresentados, mostre a fórmula estrutural do tripeptídeo, cuja sequência de aminoácidos foi definida pela ordem das tríades no RNA mensageiro, que era GCA, GGA, GGU. O primeiro aminoácido desse tripeptídeo mantém livre seu grupo amino.



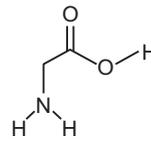
Alanina (Ala)



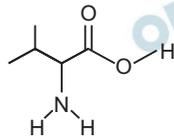
Ácido aspártico (Asp)



Ácido glutâmico (Glu)



Glicina (Gly)

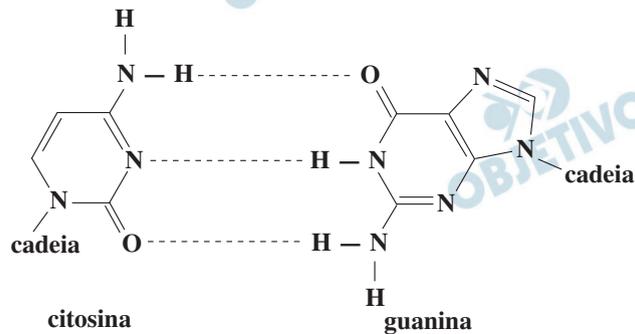


Valina (Val)

Letra da esquerda	Letra do meio				Letra da direita
	U	C	A	G	
G	Val	Ala	Asp	Gly	U
G	Val	Ala	Asp	Gly	C
G	Val	Ala	Glu	Gly	A
G	Val	Ala	Glu	Gly	G

Resolução

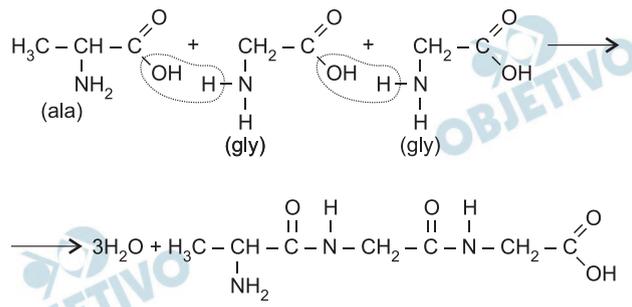
- a) No par citosina-guanina, existem três ligações de hidrogênio (representadas por linha pontilhada)



- b) Conforme a tabela dada, obtêm-se os seguintes aminoácidos para as tríades do RNA mensageiro:

letra da esquerda	letra do meio	letra da direita	aminoácido
G	C	A	alanina
G	G	A	glicina
G	G	U	glicina

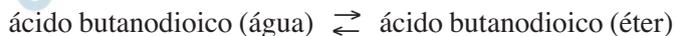
A reação de formação do tripeptídeo está a seguir:



Q.05



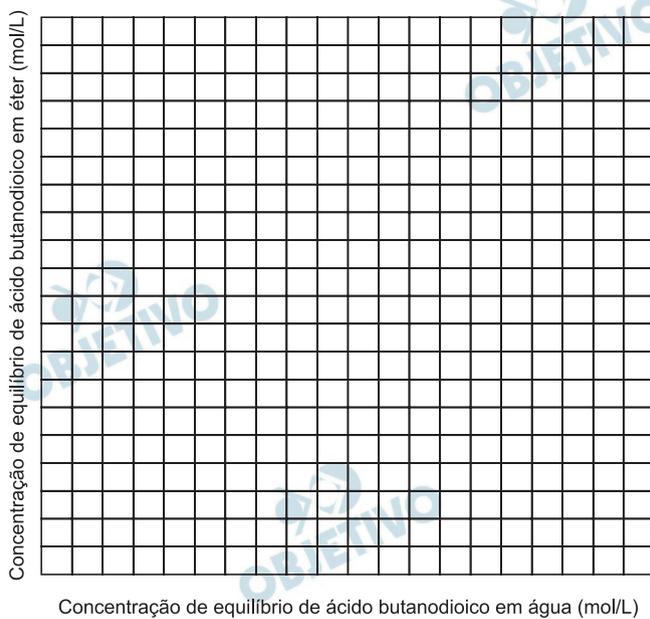
Uma substância pode apresentar solubilidades diferentes em solventes diversos. Assim, por exemplo, o ácido butanodioico é mais solúvel em água do que em éter. Ao misturar ácido butanodioico, éter e água, agitar a mistura e deixá-la em repouso por alguns minutos, separam-se duas fases, uma de éter e outra de água. Ambas contêm ácido butanodioico, em concentrações diferentes e que não mais se alteram, pois o sistema atingiu o equilíbrio.



Para determinar a constante desse equilíbrio, também chamada de coeficiente de partição, foram efetuados cinco experimentos. Em cada um, foi adicionado ácido butanodioico a uma mistura de 25 mL de água e 25 mL de éter. Após a agitação e separação das fases, as concentrações de ácido butanodioico, em cada fase, foram determinadas.

Experimento	Concentração de equilíbrio do ácido butanodioico na água (mol/L)	Concentração de equilíbrio do ácido butanodioico no éter (mol/L)
1	0,152	0,023
2	0,182	0,028
3	0,242	0,036
4	0,300	0,044
5	0,349	0,051

- a) No quadriculado da folha de respostas, construa um gráfico da concentração de ácido butanodioico em éter *versus* a concentração de ácido butanodioico em água.



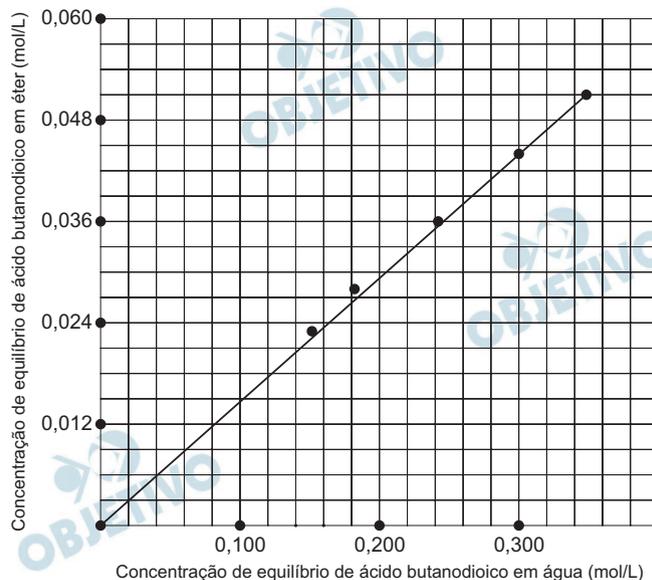
- b) Calcule o valor do coeficiente de partição éter/água do ácido butanodioico.
- c) Qual a massa, em gramas, de ácido butanodioico utilizada no experimento 5? Mostre os cálculos.

d) Em outro experimento, foram utilizadas duas diferentes amostras de ácido butanodioico. Uma delas continha, em suas moléculas, apenas o isótopo oxigênio-18, e a outra continha apenas oxigênio-16. A primeira (com oxigênio-18) foi adicionada à água, e a segunda (com oxigênio-16) foi adicionada ao éter. Após misturar as soluções, agitar a mistura e separar as fases, onde foi detectado o oxigênio-18? Explique.

Dado: massa molar do ácido butanodioico.....118 g/mol

Resolução

a)



b) O coeficiente de partição é dado pela expressão:

$$K = \frac{[\text{ácido butanodioico (éter)}]}{[\text{ácido butanodioico (água)}]}$$

Como foi observado pelo gráfico, percebemos que se trata de uma função linear e, portanto, para obter o valor da constante de equilíbrio (coeficiente de partição), calculamos a inclinação da reta:

Por exemplo, para o par: 0,015 e 0,100, temos

$$K = \frac{0,015}{0,100} = 0,15$$

c) Cálculo da massa de ácido butanodioico em 25mL de água (experiência 5):

$$[\text{ácido butanodioico (água)}] = 0,349 \text{ mol/L}$$

$$1 \text{ mol} \text{ ————— } 118\text{g}$$

$$0,349 \text{ mol/L} \text{ ————— } x$$

$$x = 41,18\text{g/L}$$

$$41,18\text{g} \text{ ————— } 1\text{L}$$

$$y \text{ ————— } 0,025\text{L}$$

$$y = 1,029\text{g de ácido butanodioico}$$

Cálculo da massa de ácido butanodioico em 25mL de éter:

$$[\text{ácido butanodioico (éter)}] = 0,051 \text{ mol/L}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mol} \text{ ————— } 118\text{g} \\ 0,051 \text{ mol/L} \text{ ————— } x' \\ x' = 6,018\text{g/L} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6,018\text{g} \text{ ————— } 1\text{L} \\ y' \text{ ————— } 0,025\text{L} \\ y' = 0,150\text{g de ácido butanodioico} \end{array}$$

$$\text{Massa total} = 1,029\text{g} + 0,150\text{g} = 1,179\text{g}$$

- d) Todo equilíbrio químico é dinâmico. Uma forma se transforma na outra.

Moléculas de ácido que estavam dissolvidas na água irão dissolver-se no éter; moléculas de ácido que estavam dissolvidas no éter irão dissolver-se na água.

Portanto, misturando as duas soluções, moléculas do ácido com oxigênio-18 que estavam dissolvidas na água entrarão em equilíbrio com as moléculas do ácido com oxigênio-16 que estavam dissolvidas no éter.

Resposta: O oxigênio-18 será detectado nas duas fases.

Q.06



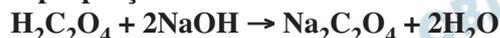
Determinou-se o número de moléculas de água de hidratação (x) por molécula de ácido oxálico hidratado ($\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 \cdot x\text{H}_2\text{O}$), que é um ácido dicarboxílico. Para isso, foram preparados 250 mL de uma solução aquosa, contendo 5,04 g de ácido oxálico hidratado. Em seguida, 25,0 mL dessa solução foram neutralizados com 16,0 mL de uma solução de hidróxido de sódio, de concentração 0,500 mol/L.

- a) Calcule a concentração, em mol/L, da solução aquosa de ácido oxálico.
b) Calcule o valor de x.

Massas molares (g/mol)		
Dados:	H	1
	C	12
	O	16

Resolução

- a) A proporção em mols do ácido e da base é 1 : 2.



ácido — base

1 mol — 2 mol

Cálculo da quantidade de matéria de NaOH:

$$M = \frac{n}{V} \therefore 0,500 \text{ mol/L} = \frac{n}{16,0 \cdot 10^{-3}\text{L}}$$

$$n = 0,008 \text{ mol}$$

Cálculo da quantidade de matéria do ácido oxálico:

ácido — base

1 mol — 2 mol

0,004 mol — 0,008 mol

Cálculo da concentração, em mol/L, da solução aquosa de ácido oxálico:

$$M = \frac{n}{V} \therefore M = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ mol}}{25 \cdot 10^{-3}\text{L}} \therefore M = 0,16 \text{ mol/L}$$

$$b) M = \frac{n}{V} \therefore M = \frac{m}{M \cdot V} \therefore 0,16 \text{ mol/L} = \frac{5,04\text{g}}{M \cdot 0,250\text{L}}$$

$$M = 126\text{g/mol}$$



$$126\text{g/mol} = (2 + 2 \cdot 12 + 4 \cdot 16)\text{g/mol} + x \cdot 18\text{g/mol}$$

$$126\text{g/mol} = 90\text{g/mol} + x \cdot 18\text{g/mol}$$

$$36 = x \cdot 18$$

$$x = 2$$

$$\text{fórmula: } \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$$

B.01



O quadro abaixo mostra diferenças que ocorrem no reino animal quanto ao plano corporal e aos sistemas digestório, circulatório e nervoso:

	1	2	3
A- Simetria na fase adulta	Ausente	Radial	Bilateral
B- Sistema digestório	Ausente	Incompleto	Completo
C- Sistema circulatório	Ausente	Aberto	Fechado
D- Sistema nervoso	Ausente	Cordão nervoso ventral	Dorsal

Os anelídeos, por exemplo, apresentam as características A3, B3, C3 e D2.

- Que grupo animal apresenta as características A1, B1, C1 e D1?
- Que características de A, B, C e D estão presentes em um crustáceo?
- Que características de A, B, C e D estão presentes em um anfíbio?

Resolução

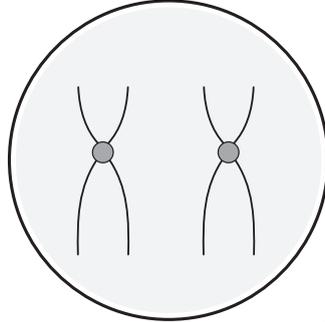
- Porífero ou Espongiário.
- A₃, B₃, C₂, D₂.
- A₃, B₃, C₃, D₃.

B.02



Nas células somáticas de um animal, um cromossomo tem os alelos M1, Q1, R1 e T1, e seu homólogo possui os alelos M2, Q2, R2 e T2.

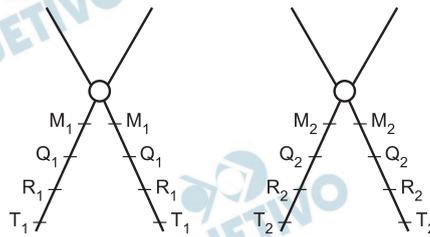
- a) Na folha de respostas, está esquematizada uma célula germinativa desse animal com esses cromossomos duplicados. Ordene os alelos dos loci M, Q, R e T nesses cromossomos.



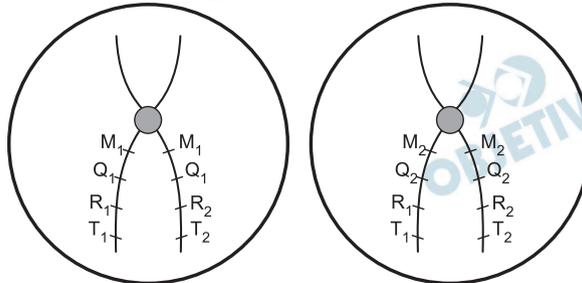
- b) Admitindo a ocorrência de um único *crossing-over* (permutação) entre os loci Q e R na divisão dessa célula germinativa, esquematize as células resultantes dessa divisão com os respectivos alelos dos loci M, Q, R e T.

Resolução

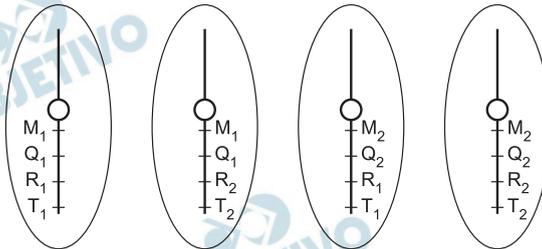
a)



- b) Células resultantes da primeira divisão da meiose



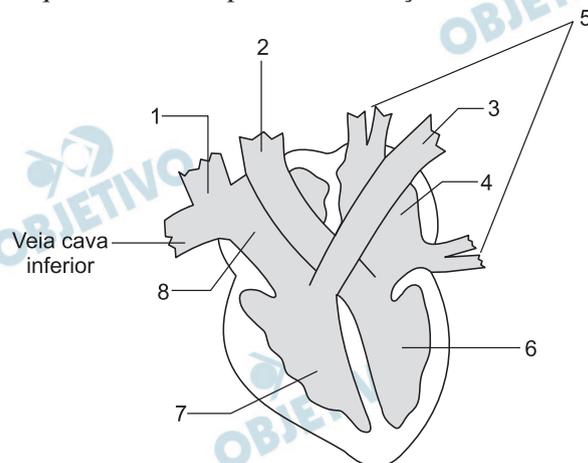
Células resultantes da segunda divisão da meiose



B.03



O esquema abaixo representa o coração de um mamífero.



Indique, com os números correspondentes,

- as câmaras do coração em que o sangue apresenta maior concentração de gás carbônico;
- as câmaras do coração às quais chega sangue trazido por vasos;
- o vaso que sai do coração com sangue venoso;
- a câmara da qual o sangue arterial sai do coração.

Resolução

- a) 7 e 8 b) 4 e 8 c) 3 d) 6

B.04

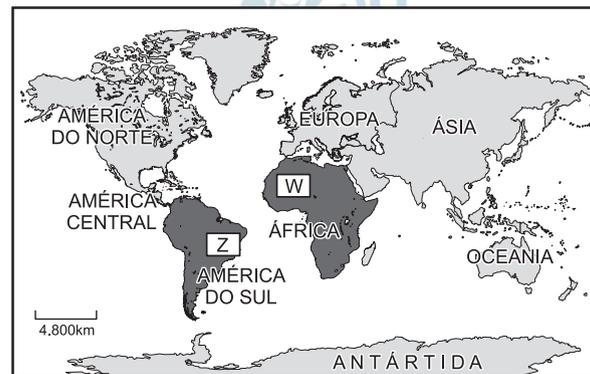
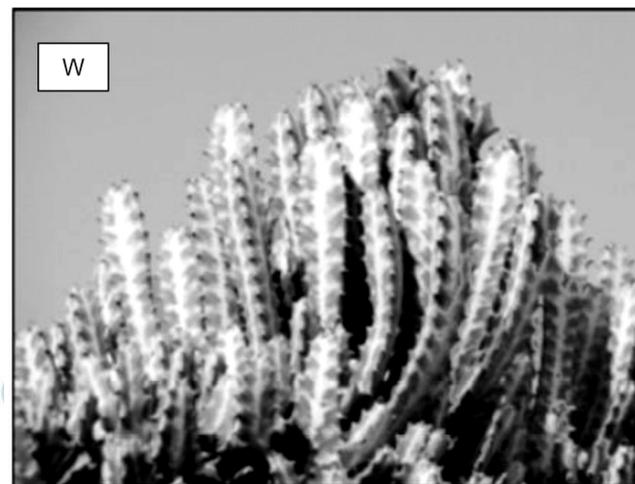


As mariposas da espécie *Diataea saccharalis* colocam seus ovos na parte inferior de folhas de cana-de-açúcar. Esses ovos desenvolvem-se em larvas que penetram no caule e se alimentam do parênquima ali presente. As galerias feitas por essas larvas servem de porta de entrada para fungos da espécie *Colleotrichum falcatum*. Esses fungos alimentam-se da sacarose armazenada no caule. As usinas de açúcar e álcool combatem as mariposas, liberando pequenas vespas (*Cofesia flavipes*), cujos ovos são depositados sobre as larvas das mariposas. Quando os ovos eclodem, as larvas da vespa passam a se alimentar das larvas da mariposa.

- Com base nas informações contidas no texto acima, indique os organismos que ocupam os seguintes níveis tróficos:
 - produtor;
 - consumidor primário;
 - consumidor secundário.
- Dentre as interações descritas nesse texto, indique uma que você classificaria como parasitismo, justificando sua resposta.

Resolução

- cana-de-açúcar
 - larva da mariposa e fungo
 - larva da vespa
- O fato de os fungos alimentarem-se da sacarose armazenada no caule da cana-de-açúcar, prejudicando-a, constitui um caso de parasitismo.



- a) As plantas Z e W, embora morfologicamente muito semelhantes, não possuem relação de parentesco próximo. Em ambas, as folhas são modificadas em espinhos. O mapa acima mostra suas áreas originais de ocorrência na América do Sul (planta Z) e na África (planta W). Como se explica que essas plantas, que ocorrem em continentes diferentes, apresentem folhas modificadas de maneira semelhante?
- b) Um arbusto possui folhas largas, com estômatos em suas duas faces e alta concentração de clorofila. Cite um bioma brasileiro em que esse arbusto ocorre, relacionando as características da folha com as do bioma.

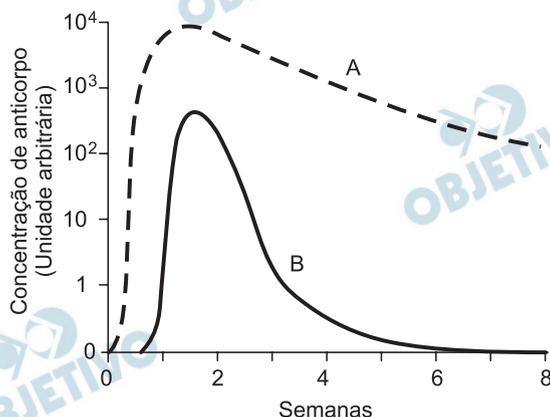
Resolução

- a) Em ambientes semelhantes, a seleção natural preserva as características favoráveis para a sobrevivência e a reprodução das espécies. As modifica-

ções foliares apresentadas pelas plantas que habitam as regiões áridas de América do Sul e África revelam um caso de convergência evolutiva.

- b) Mata Atlântica ou Floresta Amazônica. O arbusto com folhas largas e com estômatos nas duas faces permite uma perda maior de água por transpiração. As folhas largas com alta concentração de clorofila são adaptações à maior captação de luz para a fotossíntese. Nesses biomas, o estrato arbustivo vive num ambiente onde a umidade do ar é muito alta e a intensidade luminosa é baixa.

B.06



As duas curvas (A e B) do gráfico mostram a concentração de anticorpos produzidos por um camundongo, durante oito semanas, em resposta a duas injeções de um determinado antígeno. Essas injeções foram realizadas com intervalo de seis meses.

- a) Identifique as curvas que correspondem à primeira e à segunda injeção de antígenos.
- b) Quais são as características das duas curvas que permitem distinguir a curva correspondente à primeira injeção de antígenos daquela que representa a segunda injeção?
- c) Por que as respostas a essas duas injeções de antígenos são diferentes?

Resolução

- a) B e A, respectivamente.
- b) A curva B indica a resposta imunológica primária, com as seguintes características: a produção inicial dos anticorpos é menos intensa e mais demorada, declinando mais rapidamente. A curva A indica a resposta imunológica secundária, na qual a produção de anticorpos é imediata, mais intensa e, conseqüentemente, mais duradoura.
- c) A resposta secundária é mais eficiente devido à ação de células de memória específicas em relação ao antígeno aplicado.

H.01



Na passagem da época romana para a época medieval, houve não só rupturas, mas também continuidades.

Caracterize essas continuidades no campo da

- a) religião.
- b) língua.

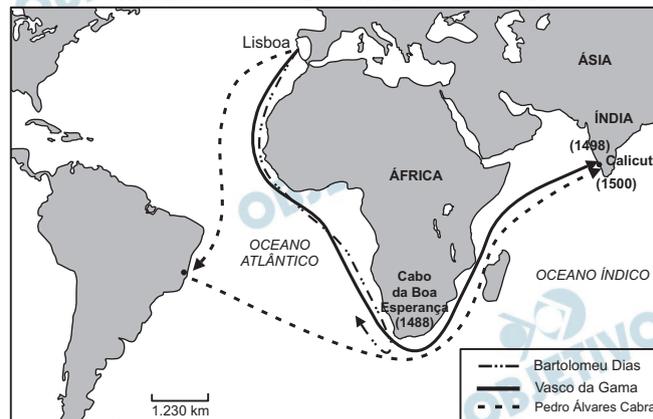
Resolução

- a) No campo da religião, o cristianismo – oficializado no Império Romano em 391 – não somente sobreviveu à queda de Roma, mas consolidou-se como religião dominante na Europa, graças à conversão dos povos bárbaros. Esse fato contribuiu significativamente para dar uma certa unidade cultural à Europa Medieval.
- b) No campo da língua, o latim – falado pelos romanos – deixou de ser um idioma corrente; no entanto, sobreviveu como língua oficial da Igreja e idioma culto, mantendo uma enorme ascendência ao longo da Idade Média. Ademais, deu origem às línguas neolatinas e ainda influenciou os idiomas germânicos por meio da introdução de inúmeros vocábulos.

H.02



VIAGENS PORTUGUESAS NA ÉPOCA MODERNA



Observe as rotas no mapa e responda:

- a) O que representou, para os interesses de Portugal, a rota marítima Lisboa-Cabo da Boa Esperança-Calicute?
- b) O que significou a expedição de Pedro Álvares Cabral para o Império Português?

Resolução

- a) Estabelecimento de uma ligação comercial marítima com as Índias, permitindo o acesso direto aos produtos do Oriente e quebrando o monopólio italiano sobre aquelas mercadorias no Mediterrâneo.
- b) Confirmação da existência de terras no Ocidente, dentro dos limites atribuídos a Portugal pelo Tratado de Tordesilhas, e consolidação do domínio português sobre o Atlântico Sul, assegurando o controle do caminho marítimo para as Índias.

H.03



*Ontem plena liberdade,
A vontade por poder...
Hoje... cum'lo de maldade,
Nem são livres p'ra morrer...
Prende-os a mesma corrente
– Férrea, lúgubre serpente –
Nas roscas da escravidão.
E assim zombando da morte,
Dança a lúgubre coorte
Ao som do açoite... Irrisão!...*

Castro Alves, *O Navio Negreiro*, 1868.

O poema, a que pertencem esses versos,

- representou uma crítica a aspectos sociais do Brasil no período imperial. Explique.
- causou forte impacto na opinião pública, contribuindo, assim, junto com outros fatores, para as mudanças políticas que ocorreram no final do Império. Explique tais mudanças.

Resolução

- O poema condena o escravismo praticado pelo Brasil ainda no Período Imperial, enfatizando os horrores dessa chaga social.**
- Considerando que o escravismo constituía um dos pilares do Brasil Império, a campanha em prol de sua abolição contribuiu poderosamente, junto com as questões Religiosa e Militar, para a derrocada da Monarquia e o advento da República.**

H.04



O conceito de revolução, aplicado ao movimento de 1930 no Brasil, é alvo de polêmica entre historiadores. Independentemente da controvérsia, não há como negar que houve mudanças importantes, nessa década, com relação às diretrizes da política econômica e à questão social.

Explique as mudanças no que se refere à

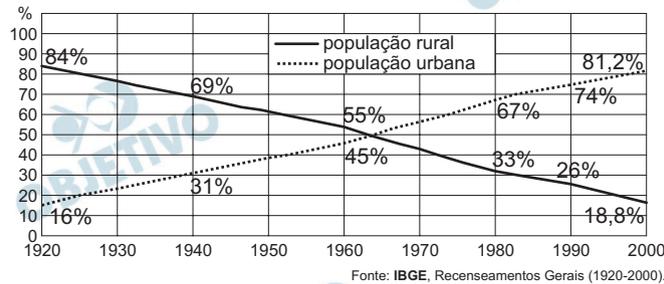
- política econômica.
- questão social.

Resolução

- O governo Vargas, implantado em decorrência do movimento de 1930, estabeleceu novas diretrizes para a economia brasileira, a saber: incentivo à diversificação das atividades produtivas, para atenuar os efeitos da hegemonia da cafeicultura, e estímulo à industrialização, dentro do projeto de substituição das importações.**
- No plano social, Vargas concedeu os primeiros direitos trabalhistas e legalizou os sindicatos, mantendo-os sob controle governamental por meio do Ministério do Trabalho, Indústria e Comércio e de práticas conhecidas como “peleguismo”.**



Populações urbana e rural no Brasil (1920-2000)



Observe o gráfico e, a partir dele,

- indique as transformações demográficas ocorridas no período mencionado.
- discorra sobre as mudanças sociais decorrentes da urbanização.

Resolução

- No período mencionado, a população urbana do País aumentou, suplantando a população rural em 1970 e continuando a crescer até os dias de hoje.
- Alteração das formações urbanas, com o crescimento do proletariado e, em menor escala, da classe média. Paralelamente, ocorreu o inchaço das cidades, com a marginalização de amplas parcelas da população, em consequência da falta de infraestrutura, da favelização e do aumento da violência em suas diversas formas.

H.06



Franklin D. Roosevelt assumiu a presidência dos Estados Unidos, no ano de 1933, em meio a uma grave crise econômica, iniciada em 1929; também Barak Obama deparou com um problema similar ao se tornar presidente do mesmo país, em 2009.

- a) Com relação ao governo Roosevelt, indique as medidas adotadas por ele para fazer frente à crise de 1929.
- b) Com relação à crise de 2008, enfrentada pelo presidente Obama, indique os principais fatores que a desencadearam e como ela se manifestou.

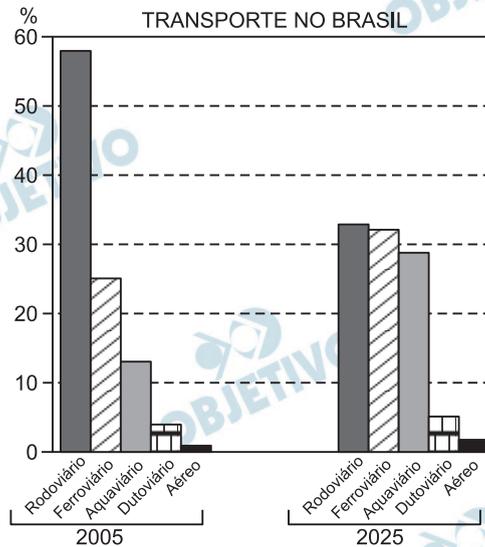
Resolução

- a) **Dentro da política econômica conhecida como *New Deal*, Franklin Roosevelt adotou, entre outras, as seguintes medidas: execução de um programa de grandes obras públicas, concessão de financiamentos aos fazendeiros, fixação de preços mínimos para os produtos primários, criação do salário mínimo e supervisão do governo federal sobre o sistema financeiro.**
- b) **Fatores da crise de 2008-09: predomínio das práticas neoliberais, favorecendo a especulação financeira e a gestão arriscada de grandes corporações. A crise manifestou-se inicialmente no setor imobiliário norte-americano e contaminou bancos, indústrias e bolsas de valores em todo o mundo, gerando recessão econômica e altos índices de desemprego. No esforço para reverter esse processo, inúmeros governos intervieram rapidamente, seja com grandes aportes financeiros, seja com isenções fiscais.**





Observe o gráfico abaixo.



Fonte: Plano Nacional sobre Mudança do Clima. www.mna.gov.br.
Acessado em 15/07/2009.

- Análise a matriz brasileira dos transportes, em 2005, considerando aspectos históricos e políticos.
- Explique a previsão da matriz brasileira dos transportes, para o ano de 2025, considerando aspectos ambientais implícitos.

Resolução

- Em 2005, a matriz de transportes observada no gráfico e pertinente ao Brasil é a rodoviária. Trata-se de uma opção priorizada a partir da década de 1950, tendo como objetivo principal desenvolver a indústria automobilística no Brasil e avançar no processo de industrialização, porém em detrimento de outras modalidades, a exemplo das ferrovias, que se desenvolveram em função inicialmente da cafeicultura e posteriormente da mineração.

O período entre as décadas de 1950 e 1970 foi marcado pela expansão de transnacionais, sobretudo do setor automobilístico, em direção aos países em desenvolvimento, como Brasil, Índia, México, Argentina e África do Sul, entre outros, que possuíam mercado consumidor em expansão, mão de obra qualificada barata e abundante, disponibilidade de matéria-prima e políticas públicas atrativas ao capital externo. Tais políticas públicas foram implementadas mediante o Plano de Metas do Governo JK, que enfatizava a necessidade de desenvolver os setores de transportes, energia e indústria de base, além do setor educacional, com ênfase na profissionalização e consequente geração de empregos.

Posteriormente, os governos militares (1964-1982) reproduziram o modelo desenvolvimentista, tendo como centro dinâmico da economia o setor automobilístico, mediante a implantação do PIN – Plano de Integração Nacional, priorizando o setor rodoviário com o objetivo de integrar as regiões brasileiras e os locais distantes à economia nacional.

b) A previsão da matriz brasileira de transportes para 2025 demonstra uma redução significativa da participação do sistema rodoviário em face do aumento percentual de outras modalidades, como o ferroviário, dutoviário, aquaviário e aeroviário. Essa alteração resulta da redução de custos de transportes, já que as referidas modalidades, exceto a aeroviária, possuem maior eficiência energética combinada com vantagens em deslocamentos de maior distância e peso total de carga.

Tais previsões estão insertas numa política de preservação ambiental, com respeito às áreas de restrição e controle de uso do solo, menor emissão de elementos poluentes, atendendo às exigências da legislação ambiental nacional e aos compromissos externos assumidos.



Grande parte da produção de petróleo, no Brasil, provém de bacias localizadas na plataforma continental (*off shore*). Todavia, a produção de petróleo, em área terrestre (*on shore*), tem significativa importância econômica.

- a) Identifique duas áreas produtoras de petróleo *on shore* no Brasil e explique as causas da existência de petróleo nessas áreas.
- b) No Brasil, nos últimos anos, a exportação de petróleo tem superado, em volume, a importação. Apesar disso, persiste um *deficit* comercial relativo a esse produto. Explique o porquê desse *deficit*.

Resolução

- a) As reservas de petróleo “*on-shore*” no Brasil são encontradas, por exemplo, em:

Rio Grande do Norte, Bacia Potiguar, nas proximidades de Mossoró, uma das mais produtoras bacias brasileiras da atualidade; Bahia, Recôncavo Baiano, nas proximidades de Salvador, a mais antiga bacia em produção no Brasil; Sergipe, campo de Carmópolis; Alagoas, Coqueiro Seco e Atalaia.

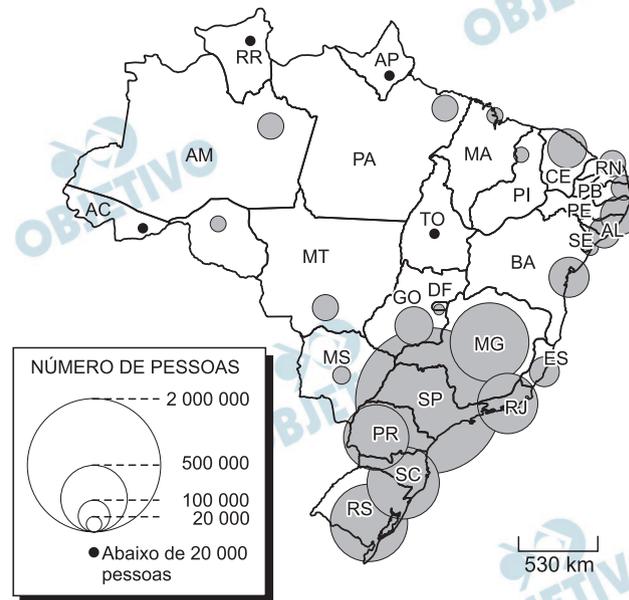
Amazonas, produção pequena no Vale médio do Rio Amazonas e reservas de petróleo e gás na Bacia do Urucu.

Todas essas áreas se encontram em bacias sedimentares das Eras Mesozoica (Cretáceo) e Cenozoica. Essas regiões foram antigas áreas marinhas onde grande volume de matéria orgânica, sobretudo o plâncton (decomposto no fundo do mar), resultou na formação do petróleo.

- b) O déficit comercial relativo na conta-petróleo relaciona-se ao tipo de petróleo consumido no Brasil e o petróleo aqui produzido. No Brasil, a maior parte do petróleo obtido em águas profundas é do tipo “pesado”, isto é, com grande quantidade de betume e elementos graxos. A isso, associam-se os tipos de refinaria que foram construídas no Brasil, voltadas para o craqueamento de petróleo “leve”, que era importado. Quando se deram descobertas “*off-shore*” no Brasil e se percebeu que esse petróleo possuía outra estrutura química, a Petrobrás estabeleceu a política de exportar o petróleo “pesado” e importar o petróleo “leve” (com maior riqueza em hidrocarbonetos, portanto melhor para a produção de destilados leves, como a gasolina, a benzina e o querosene), para que se chegasse a um equilíbrio financeiro. Tal fato se deve à estrutura de transportes que se desenvolveu no Brasil, baseado na rodovia, e que consome, principalmente, destilados leves de petróleo, como gasolina e óleo diesel.



PESSOAL OCUPADO NA INDÚSTRIA



Fonte: Simielli, **Geoatlas**, 2009.

Com base no mapa acima e em seus conhecimentos,

- identifique o tipo de indústria predominante na região Nordeste, considerando sua capacidade geradora de emprego.
- caracterize o parque industrial da região Sudeste. Considere, na sua análise, a presença da indústria de ponta de alta tecnologia nessa região e sua capacidade geradora de emprego.

Resolução

- Em geral no Nordeste, concentra-se a indústria de bens de consumo não duráveis, como, por exemplo, calçados, tecidos e, principalmente, a indústria alimentícia, além da indústria de construção civil. Esse ramo industrial possui uma estrutura de funcionamento que emprega elevado contingente de mão de obra, em função de sua tecnologia mais simples, o que vem ao encontro das necessidades de geração de emprego numa região carente.
- O parque industrial do Sudeste é muito maior, tanto em termos de número de estabelecimentos, quando em diversificação de setores, contando com indústrias que variam das mais simples às mais complexas, das mais leves às mais pesadas. Isso ocorreu em função da maior concentração histórica de capital, que gerou diferentes necessidades de consumo e aumentou a diversificação. Além disso, em função de seu maior requinte tecnológico, essa indústria procurava ficar próxima a centros formadores de mão de obra especializada, que surgem em grande quantidade no Sudeste, representados pela presença de centros de estudo e pesquisa, como universidades e tecnopolos, dinamizando diversos setores. É claro que o maior número de trabalhadores empregados na indústria (como se

entrevê pelo mapa) se deve , em parte, pelo fato de haver maior número de estabelecimentos, já que esses tipos de indústria nem sempre são as maiores geradoras de emprego, pois muitas delas utilizam elevado grau de automação na produção.

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

 **OBJETIVO**

G.04



O poder do cidadão, o poder de cada um de nós, limita-se, na esfera política, a tirar um governo de que não gosta e a pôr outro de que talvez venha a se gostar. Nada mais. Mas as grandes decisões são tomadas em uma grande esfera e todos sabemos qual é. As grandes organizações financeiras internacionais, os FMI, a Organização Mundial do Comércio, os bancos mundiais, tudo isso. Nenhum desses organismos é democrático. E, portanto, como é que podemos falar em democracia, se aqueles que efetivamente governam o mundo não são eleitos democraticamente pelo povo?

Discurso de José Saramago, disponível em www.revistaforum.com.br. Acessado em 11/09/2009.



Fonte: Jalta; Joly; Reinieri, 2004. Adaptado.

Na charge acima, o cidadão sentado representa o presidente de um país emergente.

Considerando a referida charge, o texto e seus conhecimentos,

- caracterize a Nova Ordem Econômica Mundial.
- analise a relação entre regime político democrático e neoliberalismo, no mundo atual.

Resolução

- A Nova Ordem Mundial, surgida com a ruína da Ordem Bipolar eminentemente política, que vigorou durante a Guerra Fria, caracteriza-se pela prevalência da economia sobre a política. Em tese, passou o mercado a subordinar a política, num aparente triunfo da proposta econômica neoliberal.

A Nova Ordem Econômica Mundial constituiu-se sob a égide do neoliberalismo. O Estado, doravante, passa a ter uma função de gestor da infraestrutura da produção, de coadjuvante das atividades econômicas, e não mais de provedor, de gerador de bens e de capitais.

A disputa Oeste x Leste; Ocidente x Oriente; Capitalismo x Socialismo cedeu lugar à disputa pelo mercado mundial. Além da oposição entre as áreas de influência dos principais polos econômicos: Estados Unidos, Japão e União Europeia, intensificou-se o embate Norte/Rico x Sul/Pobre.

A falência do socialismo real, que na Ordem pretérita disputou espaço com a liberdade do mercado (com a denominada democracia burguesa), sugeriu que o Estado, onipresente nas economias planificadas e o sustentáculo nas economias subdesenvolvidas, deveria ceder espaço ao mercado. As relações entre oferta e procura passaram a reger as relações econômicas e políticas. As demandas sociais seriam supridas pelo mercado, sempre atento às necessidades, às carências, às reivindicações. Não haveria a necessidade de intervenção do Estado, um verdadeiro entrave à plenitude da produção do espaço capitalista.

O apogeu do mercado neoliberal, no entanto, dar-se-ia com a remoção de obstáculos ao pleno intercâmbio comercial. O livre comércio ganharia escala global com o fim das barreiras alfandegárias e das práticas protecionistas de qualquer espécie. O Consenso de Washington, de 1989, ditou os ajustes macroeconômicos que norteariam a economia e as relações comerciais entre os países. O surgimento, em 1995, da OMC (Organização Mundial do Comércio), órgão multilateral em substituição ao GATT – acrônimo em inglês de Acordo Geral de Tarifas e Comércio, criado em 1947, passa a regular as transações comerciais, condenando as práticas inibidoras do livre comércio, tais como as barreiras alfandegárias, a prática de subsídios etc.

No entanto, o vigor da economia neoliberal foi posto à prova com a recente crise imobiliária nos Estados Unidos. Instituições financeiras, grandes grupos industriais mostraram-se incapazes de suportar os ataques especulativos decorrentes da instabilidade do mercado. A crise sistêmica obrigou grandes grupos econômico-financeiros a recorrer ao Estado, a fim de assegurar sua integridade, e este interveio visando à atenuação do ônus à economia e buscando a manutenção do nível de emprego.

Portanto, a ideia de uma Nova Ordem Econômica Mundial fundada no livre comércio passou a ser questionada a favor de um economia gerida pelos agentes do mercado, mas com a presença do Estado como assegurador de sua estabilidade.

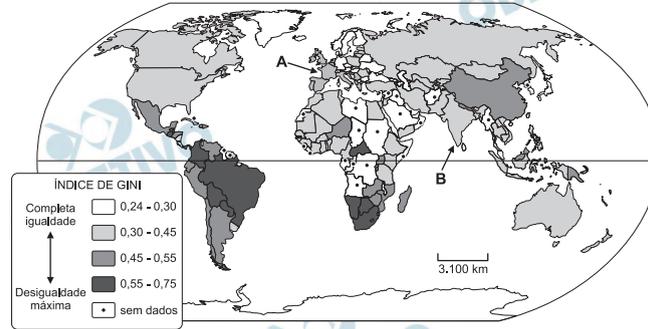
- b) Apesar da organização das grandes instituições financeiras não ser democrática, pois as decisões tomadas por seus órgãos diretivos não se subordinam à opinião popular, é mister o regime político democrático para seu funcionamento, pois este lhe assegura um regramento tributário, financeiro, econômico fundamental para a consolidação do mercado e de seus mecanismos. O aspecto formal da democracia é preferível a regimes autoritários, pois nestes as normas, as condições de produção, as regras fiscais e tributárias ficam ao sabor das autoridades, sobre as quais o grande capital não tem controle.

O neoliberalismo prescinde de regras claras e consolidadas para poder desenvolver-se; consequentemente, a democracia, mesmo que formal, é atraente aos investidores que, em teoria, estão livres de arbitrariedades de governos não democráticos.





DESIGUALDADES NA DISTRIBUIÇÃO DOS RENDIMENTOS



Fonte: Atlas Geográfico Escolar, IBGE, 2009. Adaptado.

Nota: Nessa representação, o Índice de Gini mede o grau de concentração de rendimento, cujo valor varia de 0 (completa igualdade) até 1 (desigualdade máxima).

Com base no mapa e em seus conhecimentos, explique por que

- França (A) e Índia (B) ocupam a mesma classe estatística na representação acima sobre as desigualdades na distribuição dos rendimentos.
- o Sistema Tributário Nacional contribui para a expressiva desigualdade na distribuição dos rendimentos, no Brasil.

Resolução

- O Índice de Gini revela a desigualdade interna dos países, ou seja, permite aferir a diferença de rendimentos entre os mais ricos e os mais pobres. Nesse caso, torna-se irrelevante a consideração sobre os níveis de desenvolvimento ou o PIB dos países, o que explica a classificação da França e da Índia nos mesmos níveis de desigualdade.
- No Brasil, o sistema tributário é regressivo, ou seja, desproporcional aos níveis de rendimentos dos cidadãos, beneficiando os estratos superiores da sociedade.

Os mais ricos pagam, em valores absolutos, mais impostos que os mais pobres, se analisarmos de forma comparativa famílias com diferentes padrões de rendimento. Entretanto, as camadas sociais mais abastadas desfrutam de alíquotas, tetos de contribuição e impostos, assim como mecanismos de dedução e restituição que resultam em pagamentos proporcionalmente menores.

Entre os mais pobres, não ocorre a mesma facilidade nas mesmas operações. Do mesmo modo que os mais ricos, as classes sociais menos abastadas pagam por uma série de impostos indiretos (embutidos nos preços dos produtos), tais como IPI (Imposto sobre Produtos Industrializados), ICMS (Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Serviços) e ISS (Imposto Sobre Serviços).

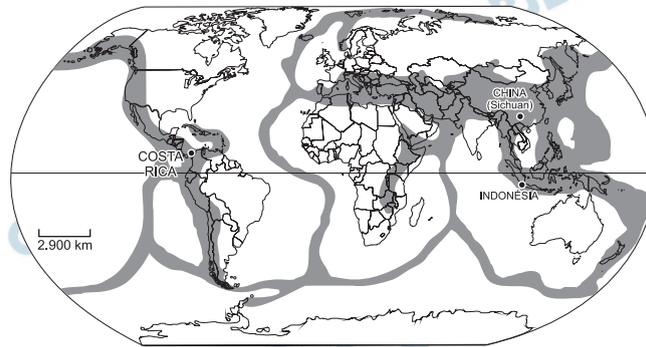
Finalmente, constataremos que em valores absolutos os mais pobres pagam menos impostos.

Mas, em valores proporcionais, pagam mais, o que muitos analistas econômicos apontam como injustiça tributária. Contudo, levando em conta os impostos diretos, como o IR (Imposto de Renda) e o ITBI (Imposto de Transmissão de Bens Imóveis), cujos encargos recaem principalmente sobre as classes mais abastadas, tendo em vista que a maioria da população brasileira não tem rendimento suficiente para pagar o IR, e quando o tem, as alíquotas são menores; os imóveis de menor valor pagam alíquotas menores ou são isentos, daí tais alíquotas serem consideradas mais justas do que os impostos indiretos.

Em uma análise comparativa, no Brasil, a alíquota de Imposto de Renda tem um teto de 27,5%, enquanto na França, país menos desigual, pode atingir cerca de 60% entre os mais ricos.



ZONAS SUJEITAS A ABALOS SÍSMICOS



Fonte: Atlas Geográfico Escolar, IBGE, 2009. Adaptado.

Em maio de 2008, um terremoto, de 7,8 graus na escala Richter, atingiu severamente a Província de Sichuan (China), matando milhares de pessoas. Em janeiro de 2009, um tremor de terra, de 6,2 graus, atingiu a Costa Rica, causando prejuízos materiais, além de ceifar vidas. Em setembro de 2009, tremores de terra, de 7,6 graus, atingiram a Indonésia, provocando mortes e danos materiais.

Considerando o mapa, os fatos acima citados e seus conhecimentos, responda:

- Quais os principais fatores que geram atividades sísmicas no planeta?
- Por que, no Brasil, as atividades sísmicas são, predominantemente, de baixa intensidade?

Resolução

- A ocorrência de atividades sísmicas está relacionada à convergência e/ou à divergência de placas tectônicas resultantes das forças endógenas que provocam a formação de correntes magmáticas. Esse lento movimento culmina de tempos em tempos com a acomodação de placas tectônicas, acomodação essa que faz surgir os abalos sísmico, os quais, nos continentes, são denominados terremotos e no fundo oceânico, maremotos, geralmente seguidos de *tsunamis* (ondas gigantescas).
- Porque o Brasil está localizado no centro-leste da placa tectônica sul-americana, distante da região de contato com a placa de Nazca (Pacífico), onde a ocorrência de sismos de grande intensidade é mais frequente. O Brasil se assenta numa plataforma ou cráton muito antigo, da era Pré-Cambriana, no qual se destaca a estrutura geológica formada pelo escudo cristalino que protege a superfície da interferência mais acentuada desses movimentos endógenos. Portanto, os abalos sísmicos no Brasil, geralmente, são de baixa intensidade, sendo raros aqueles com graus superiores a 4 na Escala Richter, como os ocorridos na costa do Nordeste – CE e RN.